

Введение в вычислимое общее равновесие экономических событий

Фархиева С.А., Федотова М.Ю., Шеожев Х.В.

Исследование вычислимого общего равновесия является важным концептуальной и прикладной задачей экономической теории и математических, статистических и инструментальных методов в экономике. Объектом исследования является экономическое равновесие как состояние экономической системы, когда спрос и предложение на товары и услуги совпадают. Предметом исследования является вычислимое общее равновесие как экономико-математическая модель, которая позволяет оценить целостность экономики и учесть большое количество экономических переменных во взаимосвязи между собой. Цель исследования – представить формальное описание основных базовых моделей вычислимого общего равновесия экономических событий, которые являются фундаментальными основаниями теории экономического равновесия. В исследовании раскрывается содержание закона Сэя, закона Вальраса, модели Эрроу – Дебре, равновесия Раднера, дифференциала Векселя, теоремы эквивалентности Удзавы. Представлено математическое описание основных фундаментальных оснований теории экономического равновесия. Представлена формализация дифференциала Векселя, модели Эрроу-Дебре, равновесия Раднера. В исследовании отмечается, что большинство современных моделей вычислимого общего равновесия экономических событий строятся исходя из безусловного предположения истинности таких предпосылок, как закон Сэя и закон Вальраса, истинность которых всё чаще ставится под сомнение современными исследователями, что аргументирует актуальность научных исследований данной предметной области.

ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ

ГОСТ 7.1–2003

Фархиева С.А., Федотова М.Ю., Шеожев Х.В. Введение в вычислимое общее равновесие экономических событий // Дискуссия. – 2023. – Вып. 117. – С. 28–37.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

Закон Сэя, закон Вальраса, модель Эрроу – Дебре, равновесие Раднера, дифференциал Векселя, Теорема Удзавы, теорема экономического роста, спрос, предложение, экономическое равновесие.

JEL: C600, C680, C690

DOI 10.46320/2077-7639-2023-2-117-28-37

Introduction to the computable general equilibrium of economic events

Farhieva S.A., Fedotova M.Yu., Sheozhev H.V.

The study of computable general equilibrium is an important conceptual and applied task of economic theory and mathematical, statistical and instrumental methods in economics. The object of the study is economic equilibrium as a state of the economic system in which demand and supply for goods and services coincide. The subject of the study is a computable general equilibrium as an economic and mathematical model that allows to assess the integrity of the economy and to take into account a large number of economic variables in their interrelationship. The purpose of the study is to provide a formal description of the main basic models of computable general equilibrium of economic events, which represent the fundamental foundations of the theory of economic equilibrium. The study reveals the content of Say's law, Walras' law, the Arrow–Debre model, Radner equilibrium, Wicksel differential, and the Uzawa equivalence theorem. A mathematical description of the main fundamental foundations of the theory of economic equilibrium is presented. The formalization of the Wicksel differential, the Arrow-Debre model, and the Radner equilibrium is described. The study notes that most modern models of the computable general equilibrium of economic events are based on the unconditional assumption of the truth of such premises as Say's law and Walras' law, the truth of which is increasingly questioned by modern researchers, which argues the relevance of scientific research in this subject area.

FOR CITATION

Farhieva S.A., Fedotova M.Yu., Sheozhev H.V. Introduction to the computable general equilibrium of economic events. *Diskussiya [Discussion]*, 117, 28–37.

APA

KEYWORDS

Say's law, Walras' law, Arrow–Debre model, Radner equilibrium, Wicksel differential, Uzawa's theorem, Economic growth theorem, demand, supply, economic equilibrium.

JEL: C600, C680, C690

ВВЕДЕНИЕ

Вычислимое общее равновесие (рус. *ВОР*, англ. *CGE*) экономических событий представляет собой экономико-математическую модель, которая используется для анализа экономики с позиции ее целостности и позволяет учесть большое количество экономических переменных во взаимо-

связь между собой. При использовании модели *ВОР* обычно рассматривается взаимосвязь между производством, потреблением, инвестициями, занятостью и ценами с позиций равновесия экономической системы [1], [2]. В моделях *ВОР* обычно учитываются все основные секторы экономики, а также внешнеэкономические связи, в некоторых

случаях модели основываются на предположении, что рынок достигает равновесия, когда цены и количество товаров на рынке находятся в равновесии [3], [4]. Модель позволяет спрогнозировать, как изменения в одном секторе экономики повлияют на другие секторы и на экономику в целом, что позволяет изменять политику и принимать решения на основе комплексного анализа [5], [6]. В силу сложности и объемности моделей *ВОР*, а также недостатка данных, их применение может быть ограничено. Учитывая, что модели *ВОР* являются мощным аналитическим инструментом, их использование может помочь изучить текущую экономическую ситуацию, прогнозировать тенденции и принимать соответствующие решения в рамках экономической политики и экономических стратегий.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Теория общего равновесия в экономической науке предметно направлена на объяснение изменений спроса, предложения и цен в экономической системе на глобальном рынке, который строится из совокупности локальных рынков. В рамках теории аргументируется, что взаимное влияние спроса и предложения друг на друга приведет к общему равновесию на рынке. Идея ее возникла у французского математика и экономиста Леона Вальраса, который в своём труде «*Elements of Pure Economics*» [7] в 1874 году предложил модель, в которой экономическая система состоит из набора некоторых благ и неких агентов, которые обмениваются этими благами на рынке. В такой модели рыночные цены формируются на основе взаимодействия спроса и предложения. Однако Леон Вальрас не пришел к концепции общего экономического равновесия, а лишь использовал ее как метод решения задач. Теория общего равновесия как самостоятельное научное направление стала развиваться с середины XX века. В 1954 году экономисты Кеннет Арроу и Жерар Дебре опубликовали работу «*Existence of an equilibrium for a competitive economy*» [8], в которой формализовали понятие общего экономического равновесия и разработали модель, способную описывать сложные экономические процессы, далее формализация модели была продолжена в трудах Жерара Дебре «*Theory of value: An axiomatic analysis of economic equilibrium*» [9], параллельно другие исследователи пытались формализовать модель общего равновесия, например, Хирофуми Узава «*Walras'existence theorem and brouwer's fixed-point theorem*» [10]. Теория общего равновесия была представлена как модель, описывающая взаи-

модействие нескольких рынков одновременно, на которых принимают участие потребители и производители. Целью модели является определение цен и структуры рыночной экономики при заданных условиях, таким образом, модели *ВОР* представляют собой набор математических уравнений, которые описывают производственные и стоимостные показатели различных отраслей экономики: «*Теоретики создали основы теории общего равновесия, экономисты-практики исследовали реальную экономику, используя эти теоретические основы, а математики предоставили инструмент для выполнения расчетов*» [9, с. 30]. Они позволяют более точно отображать реальные экономические процессы, учитывая множество факторов, таких как потребление, производство, торговлю, технологии и т.д., данные модели используются для прогнозирования изменений в экономике, оценки торговых и фискальных политик, а также для изучения взаимодействия между отраслями. Данные модели также используются для анализа вопросов, связанных с глобализацией, изменением климата и ростом экономики.

Одним из главных преимуществ моделей *ВОР* является возможность оценки сложных взаимосвязей между отраслями экономики, что может помочь правительствам и частным компаниям оптимизировать свои решения, принимаемые на основе этих моделей, основным недостатком, как уже было отмечено является сложность моделей *ВОР* в их математическом представлении и необходимости точного определения параметров модели.

Сравнительные статические и динамические модели *ВОР* – это разновидности моделей вычислимого общего равновесия, которые используются в экономическом анализе.

Статические модели *ВОР* применяются для анализа экономики в определенный момент времени, без учета изменений во времени [12], [13]. Эти модели позволяют оценить текущее состояние экономики в различных секторах, а также последствия экономических инициатив с позиции изменений в экономической системе.

Динамические модели *ВОР*, в отличие от статических, учитывают изменения в экономике во времени, данные модели позволяют прогнозировать, как изменения в экономике могут влиять на будущее развитие экономики в течение определенного периода времени [14], [15], [16]. В динамических моделях учитываются изменения в производстве, технологических улучшениях, инвестициях и других экономических факторах,



которые могут влиять на будущее развитие и состояние экономической системы.

Сравнительный анализ статических и динамических моделей CGE позволяет определить, как сценарий изменения в одном секторе экономики может повлиять на другие секторы в течение определенного времени. Динамические модели обычно используются для более длительных периодов, в то время как статические модели могут быть полезны для изучения краткосрочных эффектов.

В целом, статические и динамические модели CGE позволяют предсказывать воздействие различных экономических решений, проводить анализ различных сценариев и принимать меры для оптимизации развития экономики в целом.

Далее рассмотрим фундаментальные основания теории общего равновесия.

Закон Сэя

Закон Сэя был сформулирован французским экономистом Жан-Батистом Сэем в XIX веке в его труде «*A treatise on political economy*» [17]. Он гласит, что «предложение создает спрос» [17], то есть производство товаров и услуг означает, что появляется доход у производителей, который они могут потратить на потребление других товаров

и услуг. Таким образом, в экономике не может быть всеобщего переизбытка производства, так как каждый произведенный продукт найдет своего потребителя. Закон Сэя стал одним из основных постулатов классической макроэкономической теории и до сих пор широко используется в экономической науке. Закон Сэя, или также называемый закон рыночного спроса и предложения, по сути утверждает, что при сохранении всех предпосылок свободного рынка и конкуренции, в свободной рыночной экономике спрос на любой товар создает в этой же экономике соответствующие возможности для производства или импорта этого товара. Другими словами, спрос и предложение на рынке регулируют ответную производственную деятельность, чтобы удовлетворить потребности покупателей, и наоборот, производство регулирует цены на товары, чтобы отражать текущий спрос и предложение на рынке. Данный закон критиковался советскими экономистами по вполне очевидным причинам: достижение полностью свободного рынка и «честной» конкуренции не прошли эмпирической проверки временем, тем не менее многие экономисты считают закон Сэя основополагающим в теории общего равновесия и теории рыночной экономики: «С нашей точки зрения, сэевские доводы о механизме

достижения макроэкономического равновесия (а они, как известно, предполагают: неперенное сохранение конкурентной среды в экономике; повсеместное отсутствие «закрытых» либо «изолированных» рынков; обеспечение всемерной свободы перемещения товарных потоков) едва ли представляют собой, судя по образному выражению Е.М. Майбурда, всего лишь «кое какие изящные формулировки» [18, с. 324].

Этот закон является одним из основных принципов экономической науки и даёт понимание о том, как функционирует свободный рынок. Однако, следует отметить, что на практике много факторов могут повлиять на спрос и предложение и закон Сэя не всегда работает в его идеализированном виде. Также, его действенность ограничена в тех случаях, когда на рынке действует несовершенная конкуренция (а в действительности именно она и действует), когда цены не определяются исключительно спросом и предложением, а спекуляцией или возможными вмешательствами государства и другими факторами.

Закон Вальраса

Закон Вальраса был сформулирован французским математиком и экономистом Леоном Вальрасом (основатель теории общего равновесия) в конце XIX века. В своём труде «*Элементы чистой политической экономии*» [19] он сформулировал математическую модель экономики, которая основывалась на двух принципах: законе спроса, предложения и принципе экономического равновесия. Согласно закону Вальраса, существует определенное количество товаров и услуг, а каждый потребитель может купить только те товары и услуги, в которых он нуждается, при условии, что у него есть достаточный доход. В свою очередь, производители могут продать свою продукцию только в том количестве, которое будет куплено на рынке по установившимся ценам. Таким образом, рынок может достичь равновесия, когда цена всех товаров и услуг становится постоянной, и спрос соответствует предложению – формула 1:

$$\sum_{j=1}^n C_j * (C_j - P_j) = 0, \quad (1)$$

где C_j – цена товара j при спросе на товар C_j и предложении товара P_j .

Закон Вальраса (или теорема Вальраса) является одним из основных принципов современной экономической теории. Согласно закону Вальраса, в экономике со многими рынками цены на товары и услуги, а также доходы от их продажи, определяются пересечением спроса и предложения на каждом рынке. То есть, цены

и доходы распределяются по всем рынкам таким образом, что в сумме спрос равен предложению на каждом из них. Благодаря Закону Вальраса экономисты могут моделировать экономические процессы с помощью математических моделей и использовать эти модели для предсказания будущих изменений в экономике. Однако, закон Вальраса не всегда работает безошибочно в реальности из-за различных факторов, таких как информационная асимметрия и наличие монополий на рынке.

Модель Эрроу – Дебре

Модель Эрроу-Дебре является одной из основополагающих моделей в теории общего экономического равновесия, разработанной американскими экономистами Кеннетом Эрроу [8] и Жераром Дебре [9] в середине 1950-х годов.

Модель Эрроу-Дебре описывает экономику, в которой существует множество экономических агентов, состоящих из потребителей и производителей, где присутствует множество различных видов благ и услуг, а также рынки, на которых они встречаются. Каждый потребитель имеет свои предпочтения по выбору тех или иных благ и свой бюджетный ограничитель. Каждый производитель имеет свою технологию производства, которая определяет, сколько единиц продукта (благ) можно произвести при заданных затратах. Модель Эрроу-Дебре предполагает, что все потребители и производители предпочитают максимизировать свою выгоду (частичную или общую), при этом цены товаров и услуг на рынках определяются рыночным спросом и предложением. В состоянии экономической системы, которая характеризуется равновесием все цены на товары и услуги установлены таким образом, чтобы спрос и предложение совпадают на всех рынках. Модель Эрроу-Дебре имеет большое значение в экономике, так как позволяет не только описать экономические процессы, происходящие в сложных системах, но и дать приложения в различных областях, таких как финансы, микроэкономика, макроэкономика, теория игр, теория социального выбора и т.д. Следует отметить, что независимо от Кеннета Эрроу и Жерара Дебре к аналогичным выводам пришёл независимый исследователь Лайонел Маккензи, которые он изложил в своих основных работах по теории равновесия: «*On equilibrium in Graham's model of world trade and other competitive systems*» [20], «*On the existence of general equilibrium for a competitive market*» [21], «*The classical theorem on existence of competitive equilibrium*» [22].

Равновесие Раднера

Равновесие Раднера (также известное как «равновесие спроса и предложения со стороны фирм» [23, с. 289] или «конкурентное равновесие с ограниченной информацией» [24, с. 655]) – это концепция экономического равновесия, описанная американским экономистом Роем Раднером в 1972 году. В концепции, сформулированной Раднером предполагается, что фирмы в экономике имеют ограниченную информацию и могут действовать на основе ограниченного количества сведений о рыночных условиях. Однако, они всё ещё могут добиваться тех же целей и быть эффективными, как и в случае с полной информацией. В равновесии Раднера цены на товары и услуги определяются в результате взаимодействия между потребителями и фирмами. Фирмы выбирают цены на основе своих прогнозов спроса на их продукцию, а потребители максимизируют свои полезности, учитывая цены на товары и свой бюджет. Равновесие Раднера является важным понятием в экономике, так как позволяет рассматривать ситуации, когда рыночные агенты имеют ограниченную информацию, оценивать их поведение и прогнозировать, как они будут реагировать на изменения в экономике, данная концепция находит широкое применение в экономической теории информации и теории игр. В равновесии Раднера в отличие от равновесия в модели Эрроу – Дебре рассматривается ситуация неопределённости: когда имеется некоторое количество активов, некоторое количество товаров, несколько периодов времени и несколько состояний экономической системы.

Дифференциал Викселя

Дифференциал Викселя – понятие, которое используется для определения чувствительности спроса и предложения при изменении цены на товар. Оно было предложено шведским экономистом Кнутом Викселем в 1899 году [25], [26]. Дифференциал Викселя обычно используется в качестве инструмента для прогнозирования изменений цен на рынке, когда дифференциал Викселя равен нулю, это свидетельство того, что цены стабильны и спрос и предложение равны между собой. Дифференциал Викселя в изначальной формулировке представлял собой меру риска на рынке облигаций, которая измеряет разницу между доходностью по безрисковым государственным облигациям и доходностью по облигациям с более низким кредитным рейтингом (например, облигации компаний с низким кредитным рейтингом) [27].

Дифференциал Викселя может использоваться для измерения степени неравновесия на рынке в целом, а не только на рынке облигаций. Высокий дифференциал Викселя может указывать на нестабильность на финансовых рынках, так как он свидетельствует об увеличении рыночного риска и неопределённости.

Кроме того, дифференциал Викселя может использоваться для измерения макроэкономической нестабильности в стране или регионе. Если дифференциал Викселя высок, то это может означать, что компании в регионе испытывают трудности и находятся под угрозой дефолта, в результате чего инвесторы могут потребовать более высокую доходность на обычные облигации, представленные на рынке.

Теорема Удзавы (теорема экономического роста, теорема эквивалентности Удзавы)

Теорема Удзавы является центральной теоремой общей теории экономического равновесия, была сформулирована японским экономистом Хирофуми Удзавой в 1961 году в работе: «*Neutral Inventions and the Stability of Growth Equilibrium*» [28], также известна как теорема устойчивого экономического роста. Представляет собой теорему в теории экономического роста, в которой в моделях экономического роста Солоу-Свана [29], [30] и Рэмси-Касса-Купманса [31], [32], [33] учтены технологические изменения. Впервые необходимость учёта технологических изменений в моделях экономического роста сформулировал и доказал японский экономист Хирофуми Удзава.

Теорема формулирует, что при прочих равных условиях и сохранении начальных условий модели Солоу и в неоклассических моделях экономического роста, в случае когда некоторое время T капитал, инвестиции, потребление и выпуск продукции растут с постоянной экспоненциальной скоростью, скорости роста должны быть эквивалентны. Отсюда с учётом эквивалентности скорости роста производственная функция имеет вид:

$$Y = F(A, K, L), \quad (2)$$

где A – технология;

K – капитал;

L – рабочая сила.

Тогда для учёта технологических изменений и изменения выпуска продукции производственную функцию можно переписать как скалярное произведение технологии и рабочей силы, обеспечивающее рост рабочей силы:

$$Y = F(K, AL) \quad (3)$$

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Формализация дифференциала Викселя

Расчетная формула дифференциала Кнута Викселя может быть записана как:

$$DV = (\Delta Q / Q) \div (\Delta P / P) \quad (4)$$

где DV – дифференциал Викселя,

ΔQ – изменение количества продаж,

Q – начальный уровень продаж,

ΔP – изменение цены на товар,

P – начальный уровень цены.

Например, если начальная цена товара составляет 100 рублей и при изменении цены до 120 рублей количество продаж снижается с 2 000 единиц до 1 500 единиц, то дифференциал Кнута Викселя будет вычисляться следующим образом:

$$DV = ((1\ 500 - 2\ 000) / 2\ 000) \div ((120 - 100) / 100) = -0,667$$

Это означает, что при изменении цены товара на 1% количества продаж уменьшится на 0,667%. Дифференциал Викселя в том числе является инструментом для прогнозирования изменений цены товара на рынке и помогает оценить реакцию покупателей на изменение цен.

Формализация равновесия Эрроу – Дебре

Начальные условия:

$$- x \geq y \text{ если } \forall n, x_n \geq y_n \quad (5)$$

$$- R_+^N \text{ вещественное множество } x \geq 0 \quad (6)$$

$$- R_{++}^N \text{ вещественное множество } x > 0 \quad (7)$$

- Ценовой симплекс (N -симплекс):

$$\Delta_N = \{x \in R^N : x_1, \dots, x_N \geq 0, \sum_{n \in 1:N} x_n = 1\} \quad (8)$$

Конечное число товаров в экономике N :

$$n \in 1:N \quad (8)$$

Вектор цен: $p = (p_1, \dots, p_N) \in R_{++}^N$ (9) – длина вектора N , точка (координата) на векторе отражает цену товара.

Вектор цен p будет являться равновесным вектором цен, если выполняется следующее условие:

$$Z(p)_n \begin{cases} \leq 0 \text{ если } p_n = 0 \\ = 0 \text{ если } p_n > 0 \end{cases} \quad (10)$$

Состояние экономической системы является равновесным состоянием, если оно соответствует вектору равновесной цены.

Формализация равновесия Раднера

Для простоты решения примем два состояния экономической системы соответствующие двум периодам времени, то есть $T = \{0, 1\}$, тогда в момент времени $t = 0$ сохраняется некое естественное состояние экономической системы обозначим его:

s , тогда при $t = 0, s = 0$. Обозначим S множеством всех возможных состояний природы в момент времени $t=1$. Обозначим количество состояний экономической системы как $\#S$. Таким образом, объединяя оба периода, общее количество возможных состояний экономической системы: $S+1$. Пусть имеется n физически дифференцированных товаров, таким образом, «товарное пространство» [20] X будет характеризоваться подмножеством: $R^{n(S+1)}$ (11) Пусть имеется N домохозяйств, где предпочтения h -го домохозяйства могут быть представлены функцией полезности:

$$u^h = R^{n(S+1)} \rightarrow R \quad (12)$$

при этом каждое домохозяйство имеет во владении некий перечень запасов (благ), тогда:

$$e^h = [e_0^h, e_1^h, \dots, e_S^h] \in R^{n(S+1)} \quad (13)$$

где e_s^h вектор обеспеченных благ в каждом состоянии $s \in S + 1$, а распределение x в масштабе всей экономики можно представить как x_s^h – вектор товаров которые h -е домохозяйство получает в состоянии $s \in S + 1$. До этого момента рассуждение Раднера полностью совпадает с равновесием Эрроу-Дебре, которое также зависит от состояния экономической системы. Разница в том, что Раднер в своей работе «*Existence of equilibrium of plans, prices, and price expectations in a sequence of markets*» [20] в 1972 году доказал, что даже в случае, если не все товары, зависящие от состояния, доступны для торговли в момент времени $t = 0$, тем не менее, оптимальное по Парето равновесие может быть достигнуто, когда рынки вновь откроются в момент времени $t = 1$. После того, как состояние экономической системы изменится и произойдет обмен, в случае если экономические агенты верно спрогнозировали величину результирующих спотовых цен в будущих состояниях экономической системы в момент времени $t = 0$ возможно регулирование трансферта покупательной способности на различных рынках. Здесь следует пояснить: при установленных спотовых ценах возможны излишки или недостатки покупательной способности (либо не полностью реализован спрос, либо предложение), тогда мы можем для достижения равновесия на общем рынке перемещать покупательную способность между локальными рынками, тем самым закрывая излишек или недостаток на локальных рынках и достигая равновесия на общем рынке.

ОБСУЖДЕНИЯ

Проблема формализации равновесия и соответствие формальной модели равновесия Вальраса

экономической действительности не раз ставилось под сомнение многими исследователями, например, исследователи Карлос Алос-Феррер и Йоханнес Букенмайер пишут следующее: «Поведение экономического агента в олигополиях Курно обычно приводит к равновесию Курно-Нэша, но поведение экономического агента в условиях рынка описывает вальрасовское равновесие, как уникальное стохастически стабильное состояние» [34, с. 257] в своей работе оценивают соответствие закона Вальраса окружающей экономической действительности. Следует отметить, что фактически модели вычислимого общего равновесия в экономике строятся на начальных условиях таких как закон Сэя и закон Вальраса, истинность которых всё чаще ставится под сомнение: «Последние основные макроэкономические модели принимают закон Сэя как должное... эндогенная детерминация занятости труда поднимает вопрос о способности снижения реальной заработной платы повышать занятость даже при неоклассическом замещении труда капиталом, потому что при правильном по-

нимании последнего норма процента недостаточна для осуществления инвестиций; следовательно, роль государственного регулирования неизбежна (и тем самым нарушается закон Сэя)» [35, с. 257].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Вычислимое общее равновесие позволяет смоделировать состояние экономической системы и описать экономику в целом с целью определения такого состояния экономической системы, в котором сформированы оптимальные условия для ее развития. Исследование ВОР позволяет определить оптимальный уровень производства и потребления, а также оптимальное распределение ресурсов между различными секторами экономики, что позволяет повысить эффективность использования ресурсов и улучшить экономические показатели национальных экономик. В данном исследовании рассмотрены основные базовые модели вычислимого общего равновесия экономических событий, которые являются фундаментальными основаниями теории экономического равновесия.

Список литературы

1. Van Truong N., Shimizu T. The effect of transportation on tourism promotion: Literature review on application of the Computable General Equilibrium (CGE) Model // Transportation Research Procedia. 2017. Т. 25. С. 3096-3115. DOI 10.1016/j.trpro.2017.05.336.
2. McKenzie L.W. General equilibrium. Palgrave Macmillan UK, 1989. С. 1-35. DOI 10.1057/978-1-349-95121-5_933-2.- ISBN 978-1-349-95121-5.
3. Partridge M.D., Rickman D.S. Regional computable general equilibrium modeling: a survey and critical appraisal // International Regional Science Review. 1998. Т. 21. № 3. С. 205-248. DOI 10.1177/016001769802100301.
4. Robinson S. Macroeconomics, financial variables, and computable general equilibrium models // World development. 1991. Т. 19. № 11. С. 1509-1525. DOI 10.1016/0305-750X(91)90003-Z.
5. Robinson S., Roland-Holst D.W. Macroeconomic structure and computable general equilibrium models // Journal of Policy Modeling. 1988. Т. 10. № 3. С. 353-375. DOI 10.1016/0161-8938(88)90027-0.
6. Wing I.S. Computable general equilibrium models and their use in economy-wide policy analysis // Technical Note, Joint Program on the Science and Policy of Global Change, MIT. 2004.
7. Walras L. Elements of pure economics. Routledge, 2013. 624 с. ISBN 1134560028, 9781134560028.
8. Arrow K.J., Debreu G. Existence of an equilibrium for a competitive economy // Econometrica: Journal of the Econometric Society. 1954. С. 265-290. DOI 10.2307/1907353.
9. Debreu G. Theory of value: An axiomatic analysis of economic equilibrium. Yale University Press, 1959. Т. 17.
10. Uzawa H. WALRAS' EXISTENCE THEOREM AND BROUWER'S FIXED-POINT THEOREM // The Economic Studies Quarterly (Tokyo. 1950). 1962. Т. 13. № 1. С. 59-62. DOI 10.11398/economics1950.13.1_59.
11. Грассини М. Проблемы применения вычислимых моделей общего равновесия для прогнозирования экономической динамики / М. Грассини // Проблемы прогнозирования. 2009. № 2 (113). С. 30-48. EDN KVKARV.
12. Antoszewski M. et al. CGE model PLACE // MF Working Paper Series. 2015. №. 22-2015. DOI 10.1111/j.1468-2257.2007.00355.x.
13. Лаврентьев А.С. Методы оценки влияния структурной политики на макроэкономические параметры: модели общего равновесия / А.С. Лаврентьев, К.В. Криничанский // Региональная экономика: теория и практика. 2016. № 9 (432). С. 98-112. EDN WKRFHX.
14. Thurlow J. A dynamic computable general equilibrium (CGE) model for South Africa: Extending the static IFPRI model // Trade and Industrial Policy Strategies, Johannesburg. 2004.
15. Diao X. et al. A recursive dynamic computable general equilibrium model // Strategies and priorities for African agriculture: Economywide perspectives from country studies. 2012. 428 с. ISBN 0896291952, 9780896291959.
16. Mai Y., Dixon P., Rimmer M.T. CHINAGEM: A Monash-styled dynamic CGE model of China. Centre of Policy Studies (CoPS), 2010.
17. Say J.B. A treatise on political economy. Lippincott, Grambo & Company, 1851.
18. Остроумов В. Особенности оценок "закона рынков Сэя" в советской и современной экономической литературе / В. Остроумов // Вестник Института экономики Российской академии наук. 2011. № 1. С. 319-328. EDN SZCSNX.
19. Вальрас Л. Элементы чистой политической экономии/Пер. И.А. Егоров, А. Белянин. М.: Изограф. 448 с. 2000.
20. McKenzie L. On equilibrium in Graham's model of world trade and other competitive systems // Econometrica: Journal of the Econometric Society. 1954. С. 147-161. DOI 10.2307/1907539.
21. McKenzie L.W. On the existence of general equilibrium for a competitive market // Econometrica: journal of the Econometric Society. 1959. С. 54-71. DOI 10.2307/1907777.

22. *McKenzie L.W.* The classical theorem on existence of competitive equilibrium // *Econometrica: Journal of the Econometric Society*. 1981. С. 819-841. DOI 10.2307/1912505
23. *Radner R.* Existence of equilibrium of plans, prices, and price expectations in a sequence of markets // *Econometrica: Journal of the Econometric Society*. 1972. С. 289-303. DOI 10.2307/1909407.
24. *Radner R.* Rational expectations equilibrium: Generic existence and the information revealed by prices // *Econometrica: Journal of the Econometric Society*. 1979. С. 655-678. DOI 10.2307/1910413.
25. *Ahiakpor J.C.W.* Wicksell on the Classical Theories of Money, Credit, Interest and the Price Level: Progress or Retrogression? // *American Journal of Economics and Sociology*. 1999. Т. 58. № 3. С. 435-457. DOI 10.1111/j.1536-7150.1999.tb03296.x.
26. *Ebeling R.M.* Knut Wicksell and the classical economists on money, credit, interest and price level: A comment on Ahiakpor // *American Journal of Economics and Sociology*. 1999. Т. 58. № 3. С. 471-479. DOI 10.1111/j.1536-7150.1999.tb03299.x.
27. *Robinson J.* The accumulation of capital. Springer, 2016. 444 С. ISBN 0230306667, 9780230306666.
28. *Uzawa H.* Neutral inventions and the stability of growth equilibrium // *The Review of Economic Studies*. 1961. Т. 28. № 2. С. 117-124. DOI 10.2307/2295709.
29. *Solow R.M.* A contribution to the theory of economic growth // *The quarterly journal of economics*. 1956. Т. 70. № 1. С. 65-94. DOI 10.2307/1884513.
30. *Swan T.W.* Economic growth and capital accumulation // *Economic record*. 1956. Т. 32. № 2. С. 334-361. DOI 10.1111/j.1475-4932.1956.tb00434.x.
31. *Ramsey F.P.* A mathematical theory of saving // *The economic journal*. 1928. Т. 38. № 152. С. 543-559. DOI 10.2307/2224098.
32. *Cass D.* Optimum growth in an aggregative model of capital accumulation // *The Review of economic studies*. 1965. Т. 32. № 3. С. 233-240. DOI 10.2307/2295827.
33. *Koopmans T.* On the Concept of Optimal Economic Growth. Cowles Foundation for Research in Economics, Yale University, 1963. № 163.
34. *Alós-Ferrer C., Buckenmaier J.* Cournot vs. Walras: A reappraisal through simulations // *Journal of Economic Dynamics and Control*. 2017. Т. 82. С. 257-272. DOI 10.1016/j.jedc.2017.07.001.
35. *Petri F.* Neglected implications of neoclassical capital-labour substitution for investment theory: another criticism of Say's Law // *Review of Political Economy*. 2015. Т. 27. № 3. С. 308-340. DOI 10.1080/09538259.2015.1067367.

References

1. *Van Truong N., Shimizu T.* The effect of transportation on tourism promotion: Literature review on application of the Computable General Equilibrium (CGE) Model // *Transportation Research Procedia*. 2017. Т. 25. P. 3096-3115.-DOI 10.1016/j.trpro.2017.05.336.
2. *McKenzie L.W.* General equilibrium. Palgrave Macmillan UK, 1989. P. 1-35. DOI 10.1057/978-1-349-95121-5_933-2.- ISBN 978-1-349-95121-5.
3. *Partridge M.D., Rickman D.S.* Regional computable general equilibrium modeling: a survey and critical appraisal // *International Regional Science Review*. 1998. Т. 21. № 3. P. 205-248. DOI 10.1177/016001769802100301.
4. *Robinson S.* Macroeconomics, financial variables, and computable general equilibrium models // *World development*. 1991. Т. 19. № 11. P. 1509-1525. DOI 10.1016/0305-750X(91)90003-Z.
5. *Robinson S., Roland-Holst D.W.* Macroeconomic structure and computable general equilibrium models // *Journal of Policy Modeling*. 1988. Т. 10. № 3. P. 353-375. DOI 10.1016/0161-8938(88)90027-0.
6. *Wing I.S.* Computable general equilibrium models and their use in economy-wide policy analysis // *Technical Note, Joint Program on the Science and Policy of Global Change, MIT*. 2004.
7. *Walras L.* Elements of pure economics. Routledge, 2013. 624 p. ISBN 1134560028, 9781134560028.
8. *Arrow K.J., Debreu G.* Existence of an equilibrium for a competitive economy // *Econometrica: Journal of the Econometric Society*. 1954. P. 265-290. DOI 10.2307/1907353.
9. *Debreu G.* Theory of value: An axiomatic analysis of economic equilibrium. Yale University Press, 1959. Vol. 17.
10. *Uzawa H.* WALRAS'EXISTENCE THEOREM AND BROUWER'S FIXED-POINT THEOREM // *The Economic Studies Quarterly (Tokyo)*. 1950). 1962. Т. 13. № 1. P. 59-62. DOI 10.11398/economics1950.13.1_59.
11. *Grassini M.* Problems of using computable general equilibrium models for forecasting economic dynamics / M. Grassini // *Problems of forecasting*. 2009. № 2 (113). P. 30-48. EDN KVKARV.
12. *Antoszewski M.* et al. CGE model PLACE // *MF Working Paper Series*. 2015. № 22-2015. DOI 10.1111/j.1468-2257.2007.00355.x.
13. *Lavrentiev A.S.* Methods of assessing the impact of structural policy on macroeconomic parameters: general equilibrium models / A.S. Lavrentiev, K.V. Krinichansky // *Regional economy: theory and practice*. 2016. № 9 (432). P. 98-112. EDN WKRFHX.
14. *Thurlow J.* A dynamic computable general equilibrium (CGE) model for South Africa: Extending the static IFPRI model // *Trade and Industrial Policy Strategies, Johannesburg*. 2004.
15. *Diao X.* et al. A recursive dynamic computable general equilibrium model // *Strategies and priorities for African agriculture: Economywide perspectives from country studies*. 2012. 428 c. ISBN 0896291952, 9780896291959.
16. *Mai Y., Dixon P., Rimmer M.T.* CHINAGEM: A Monash-styled dynamic CGE model of China. Centre of Policy Studies (CoPS), 2010.
17. *Say J.B.* A treatise on political economy. Lippincott, Grambo & Company, 1851.
18. *Ostroumov V.* Features of assessments of the "Say's Law of Markets" in Soviet and modern economic literature / V. Ostroumov // *Bulletin of the Institute of Economics of the Russian Academy of Sciences*. 2011. № 1. P. 319-328. EDN SZCSNX.
19. *Walras L.* Elements of pure political economy/Trans. I.A. Egorov, A. Belyanin. M.: Izograf. 448 p. 2000.
20. *McKenzie L.* On equilibrium in Graham's model of world trade and other competitive systems // *Econometrica: Journal of the Econometric Society*. 1954. P. 147-161. DOI 10.2307/1907539.
21. *McKenzie L.W.* On the existence of general equilibrium for a competitive market // *Econometrica: journal of the Econometric Society*. 1959. P. 54-71. DOI 10.2307/1907777.
22. *McKenzie L.W.* The classical theorem on existence of competitive equilibrium // *Econometrica: Journal of the Econometric Society*. 1981. P. 819-841. DOI 10.2307/1912505
23. *Radner R.* Existence of equilibrium of plans, prices, and price expectations in a sequence of markets // *Econometrica: Journal of the Econometric Society*. 1972. P. 289-303. DOI 10.2307/1909407.
24. *Radner R.* Rational expectations equilibrium: Generic existence and the information revealed by prices // *Econometrica: Journal of the Econometric Society*. 1979. P. 655-678. DOI 10.2307/1910413.

25. *Ahiakpor J.C.W.* Wicksell on the Classical Theories of Money, Credit, Interest and the Price Level: Progress or Retrogression? // *American Journal of Economics and Sociology*. 1999. Т. 58. № 3. P. 435-457. DOI 10.1111/j.1536-7150.1999.tb03296.x.
26. *Ebeling R.M.* Knut Wicksell and the classical economists on money, credit, interest and price level: A comment on Ahiakpor // *American Journal of Economics and Sociology*. 1999. Т. 58. № 3. P. 471-479. DOI 10.1111/j.1536-7150.1999.tb03299.x.
27. *Robinson J.* The accumulation of capital. Springer, 2016. 444 P. ISBN 0230306667, 9780230306666.
28. *Uzawa H.* Neutral inventions and the stability of growth equilibrium // *The Review of Economic Studies*. 1961. Т. 28. № 2. P. 117-124. DOI 10.2307/2295709.
29. *Solow R.M.* A contribution to the theory of economic growth // *The quarterly journal of economics*. 1956. Т. 70. № 1. P. 65-94. DOI 10.2307/1884513.
30. *Swan T.W.* Economic growth and capital accumulation // *Economic record*. 1956. Т. 32. № 2. P. 334-361. DOI 10.1111/j.1475-4932.1956.tb00434.x.
31. *Ramsey F.P.* A mathematical theory of saving // *The economic journal*. 1928. Т. 38. № 152. P. 543-559. DOI 10.2307/2224098.
32. *Cass D.* Optimum growth in an aggregative model of capital accumulation // *The Review of economic studies*. 1965. Т. 32. № 3. P. 233-240. DOI 10.2307/2295827.
33. *Koopmans T.* On the Concept of Optimal Economic Growth. Cowles Foundation for Research in Economics, Yale University, 1963. № 163.
34. *Alós-Ferrer C., Buckenmaier J.* Cournot vs. Walras: A reappraisal through simulations // *Journal of Economic Dynamics and Control*. 2017 Т. 82. P. 257-272. DOI 10.1016/j.jedc.2017.07.001.
35. *Petri F.* Neglected implications of neoclassical capital-labour substitution for investment theory: another criticism of Say's Law // *Review of Political Economy*. 2015. Т. 27. № 3. P. 308-340. DOI 10.1080/09538259.2015.1067367.

Информация об авторах

Фархиева С.А., кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой «Математика и информатика» Уфимского филиала Финансового университета при Правительстве РФ. Почта для связи с автором: SAFarhieva@fa.ru

Федотова М.Ю., кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Математика и информатика» Уфимского филиала Финансового университета при Правительстве РФ. Почта для связи с автором: MYUFedotova@fa.ru

Шеожев Х.В., доктор экономических наук, профессор, ведущий научный сотрудник института региональной экономики и межбюджетных отношений ФГБОУ «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»

Информация о статье

Дата получения статьи: 16.03.2023
Дата принятия к публикации: 20.04.2023

© Фархиева С.А., Федотова М.Ю., Шеожев Х.В., 2023.

Information about the authors

Farhieva S.A., Ph.D in Technical Sciences, Associate Professor, Head of the Department of Mathematics and Computer Science of the Ufa Branch of the Financial University under the Government of the Russian Federation. Corresponding author: SAFarhieva@fa.ru

Fedotova M.Yu., Ph.D in Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of the Department of Mathematics and Computer Science of the Ufa Branch of the Financial University under the Government of the Russian Federation. Corresponding author: MYUFedotova@fa.ru

Sheozhev H.V., Doctor of Economics, Professor, Leading Researcher at the Institute of Regional Economics and Inter-Budgetary Relations of the Federal State Budgetary Institution "Financial University under the Government of the Russian Federation"

Article Info

Received for publication: 16.03.2023
Accepted for publication: 20.04.2023

© Farhieva S.A., Fedotova M.Yu., Sheozhev H.V., 2023.